***532.517.4 : 536.24***

***Лобанов Игорь Евгеньевич,***

***д.т.н., ведущий научный сотрудник ПНИЛ–204***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), тел.:89055896006; e-mail: lloobbaannooff@live.ru*

Фактор аналогии рейнольдса для детерминирования

интенсифицированного теплообмена для труб с турбулизаторами

в окрестности точки присоединения турбулентного пограничного слоя

**Аннотация.** *Разработана методика теоретического расчётного детерминирования фактора аналогии Рейнольдса для условий окрестности критических точек турбулентного пограничного слоя в трубах с турбулизаторами. В окрестностях точек отрыва и присоединения турбулентного пограничного олучены высокие теоретические значения фактора аналогии Рейнольдса, что указывает о большой интенсификации теплообмена.*

**Ключевые слова.** *Теплообмен; фактор; аналогия Рейнольдса; теоретический; математическое моделирование; интенсификация; круглая труба.*

1. Введение

Термическое сопротивление в движущемся потоке, в основном, сосредоточено в пристенной области. В зависимости от числа Прандтля термическое сопротивление движущегося в трубе потока довольно неравномерно распределено по нормали к потоку. Использование трехслойной схемы потока (вязкий подслой, буферный подслой, турбулентное ядро) позволяет утверждать, что для газов большая часть термического сопротивления сосредоточена в промежуточном подслое, в то время как для жидкостей — в вязком подлое; заметная доля термического сопротивления заключается в турбулентном ядре [4, 8, 10—12].

Для труб с турбулизаторами происходит перераспределение термического сопротивления по подслоям: в вязком подслое доля термического сопротивления остаётся примерно такой же, как и для гладкой трубы, для буферного подслоя возрастает, для турбулентного ядра снижается, сильно увеличивается для турбулентного ядра во впадине [4, 8, 10]. Вышеуказанный характер перераспределения сильнее выражен для относительно более высоких турбулизаторов [4, 8, 10]. Вышеуказанное обусловливает интенсификацию теплообмена воздействием на пристенные слои, для чего необходимо уменьшать термическое сопротивление и толщину пристенных слоёв за счёт турбулизации потока.

Отрыв и повторное присоединение турбулентных пограничных слоёв посредством использования поверхностных поперечно расположенных турбулизаторов потока способствует интенсификации теплообмена.

Самый высокий местный теплообмен наблюдается в точке присоединения турбулентного пограничного слоя [11, 12].

Искусственная турбулизация потока увеличивает турбулентные теплопроводность и вязкость в пограничном слое (в т.ч. и в вязком подслое); последнее приводит к увеличению гидравлических потерь, но даже при равном увеличении коэффициентов теплоотдачи и гидросопротивления будет иметь место рост теплосъёма при равных потерях мощности.

Теплоотдача и трение при развитом турбулентном течении растут с увеличении степени турбулентности набегающего потока; фактор аналогии Рейнольдса *r*=2St/*cf* (St — число Стентона, *сf* — коэффициент трения) в этом случае возрастает. Вышеупомянутый рост может достигать десятков процентов.

В трубах с турбулизаторами происходит периодическая генерация турбулентности вследствие срыва потока с вершин выступов, после чего отрывной поток может присоединиться к поверхности при обеспечении необходимого расстояния от вершины выступа, находящегося в прямой зависимости от ширины между выступами от (4÷5) до (6÷8) высот выступа *h*.

Пограничный слой с положительным градиентом давления в области присоединения характеризуется благоприятным соотношением между теплообменом и гидросопротивлением.

Учитывая вышеизложенное, можно сказать, что задача теоретического детерминирования интенсифицированного теплообмена в точке присоединения турбулентного пограничного слоя в трубах с турбулизаторами является актуальной.

Детерминирование интенсифицированного теплообмена производится по модифицированной аналогии Рейнольдса с учётом диффузорности потока и аэродинамических характеристик турбулентного пограничного слоя.

2. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена для труб с турбулизаторами в окрестности точки присоединения турбулентного пограничного слоя

В турбулентном пограничном слое плотность теплового потока детерминируется следующим образом:

 , (1)

где *q* — плотность теплового потока; λТ — турбулентная теплопроводность; *Т* — температура; *y* — поперечная координата.

Для вывода дальнейших формул необходимо введение безразмерных величин:

; ; ; , (2)

где *qw* — плотность теплового потока на стенке; *w* — продольная составляющая скорости; *w*∞ — значение продольной составляющей скорости на внешней границе пограничного слоя или за пограничным слоем; τ — касательные напряжения, касательные напряжения на стенке; τ*w* —касательные напряжения на стенке; δ — толщина пограничного слоя; *y* — поперечная координата, отсчитываемая от стенки.

После введения безразмерных величин (2), формула (1) примет следующий вид:

 , (3)

где PrT — турбулентное число Прандтля; *ср* — изобарная теплоёмкость; ρ — плотность.

 Преобразуем (3) к следующему виду:

 . (4)

Проинтегрировав по всей толщине теплового пограничного слоя, получим:

 , (5)

где *Тw* — температура стенки.

Тогда число Стентона, отнесённое к параметрам внешнего потока, будет равно:

 , (6)

где *Т*∞ — температура за пограничным слоем.

Далее следует отнести выведенное число Стентона по определяющим параметрам внешнего потока к усреднённым по диаметру трубы параметрам:

 , (7)

где , — отношение максимального температурного напора в трубе с турбулизаторами к среднему.

В дальнейшем рациональнее всего аппроксимировать безразмерные параметры и кубическими параболами, как, например, сделано в работах [11, 12], поскольку вплоть до точки отрыва эти аппроксимации очень хорошо согласуются с экспериментальными данными [11, 12]. Вышеупомянутые аппроксимационные зависимости выглядят следующим образом [11, 12]:

 ; (8)

, (9)

где — аэродинамическая кривизна потока ; *p* — давление; *x* — продольная координата.

Для теоретического решения задачи об интенсифицированном теплообмене, необходимо решить следующую систему уравнений — — при следующих граничных условиях:

 (10)

Второе граничное условие (10) является следствием уравнения движения турбулентного пограничного слоя.

По сравнению с безградиентными потоками в диффузорных потоках основное термическое сопротивление сосредоточено в слоях с гораздо большей толщиной. Для безградиентных потоков при расчете теплообмена можно считать постоянным турбулентное число Прандтля по высоте турбулентного пограничного слоя. Однако, для диффузорных потоков турбулентное число Прандтля уже нельзя считать постоянным и учесть его изменение по высоте турбулентного пограничного слоя, поскольку оно может быть довольно значительным.

В дальнейшем в целях детерминирования интенсифицированного теплообмена рациональнее всего аппроксимировать турбулентное число Прандтля PrT следующими функциями [11, 12]:

 (11)

Более сложные зависимости турбулентного числа Прандтля от поперечной координаты могут содержать экспоненциальные функции [7], но для данной постановки задачи вполне достаточна аппроксимация (11).

Теперь следует детерминировать профиль скорости в турбулентном пограничном слое. Можно констатировать, что вплоть до отрывных течений профиль скорости в турбулентном пограничном слое достаточно строго подчиняется т.н. "степенному закону" [5]:

, (12)

где *Н* — формопараметр профиля скорости, равный отношению толщины вытеснения к толщине потери импульса , где ρ и ρ∞ — плотность и её значение на внешней границе пограничного слоя или за пограничным слоем. Интегральные характеристики типа толщины потери импульса и толщины вытеснения обладают следующим особенным свойством: увеличение верхнего предела интегрирования в области практически не изменяет их значения.

Нелишним будет напомнить, что логарифмический профиль скоростей в турбулентном пограничном слое является огибающей семейства степенных профилей вида:

 . (13)

где ϕ и η — безразмерные (по динамической скорости ("скорости трения") скорость и координата соответственно.

Например, для турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости на гладкой непроницаемой пластине:

 . (14)

Вышесказанное позволяет детерминировать число Стентона для рассматриваемых условий теплообмена в зависимости от формопараметра профиля скорости и аэродинамической кривизны потока, после учёта соотношения для:

 ; (15)

 , (16)

где .

Расчёт числа Стентона St в предположении постоянства турбулентного числа Прандтля PrT даёт ощутимые погрешности, которые особенно велики для сильнодиффузорных потоков [11, 12].

Получение результатов расчёта значений по формуле (16) можно численным методом, но в некоторых случаях возможно аналитическое решение.

Для аналитического решения необходимо разложить в ряд следующие функции:

 (17)

 (18)

Значение безразмерной координаты всегда положительно и меньше единицы, поэтому условие (18) будет всегда выполняться, в то время как условие (17) может не выполняться в области высоких значений аэродинамической кривизны потока, что характерно для области присоединения турбулентного пограничного слоя.

Последнее может привести к неустойчивости аналитического решения, поскольку может привести к расхождению первого интеграла в знаменателе выражения (16), где пределы интегрирования малы. Например, для обеспечения верхнего предела интегрирования первого интеграла (16) необходимо, чтобы .

Аналитическое выражение для *первого интеграла* (16) может быть получено следующим образом:

 (19)

Аналитическое выражение для *второго интеграла* (16) может быть получено следующим образом:

 (20)

.

В дальнейшем, воспользовавшись правилом перемножения рядов,

; (21)

 (22)

Следовательно точное аналитическое решения для фактора аналогии Рейнольдса 2St/*c* для труб с турбулизаторами в окрестности точки присоединения турбулентного пограничного слоя, устойчивое при относительно малых значений аэродинамической кривизны потока, равно:

. (23)

Результаты расчётов по точному аналитическому решению (23) полностью совпали с численным интегрированием выражения (16) при одинаковой наперёд заданной погрешностью.

В дальнейшем были проведены расчёты для фактора аналогии Рейнольдса 2St/*c* как по точному аналитическому решению (23), так и в результате численного интегрирования выражения (16) в очень широком диапазоне определяющих параметров — аэродинамической кривизне потока Φ и формопараметру профиля скорости *Н*, которые позволили сделать соответствующие основные выводы.

Анализ зависимости коэффициента аналогии Рейнольдса от относительно небольших значений аэродинамической кривизны потока Φ= –2÷10 для различных малых значений формопараметра профиля скорости *Н*=1,1÷2 показывает, что небольшие значения параметров Φ и *Н* характерны для малоградиентных потоков, а при небольших значениях *Н* рост коэффициента аналогии Рейнольдса с увеличением Φ довольно незначителен. Анализ аналогичных результатов, но при изменении формопараметра профиля скорости *Н*=2÷4 показывает, что для более высоких значений *Н* рост *rc* происходит значительно сильнее.

При низких значениях формопараметра профиля скорости, т.е. при *Н*→1, фактор аналогии Рейнольдса слабо увеличивается с ростом аэродинамической кривизны потока.

Важным следует признать то обстоятельство, что из формулы (16), а также из точного выражения (23) следует:

, (24)

в то время как в некоторых работах, например в [11, 12], приводятся конечные расчётные значения , что явно неверно.

Подобные зависимости можно построить только для значений *Н*, строго больших единицы. При приближении значений *Н* к единице, значения формопараметра профиля скорости *rc* резко возрастают.

Как показывает дальнейший анализ расчётов, при более высоких значениях аэродинамической кривизны потока Φ=10÷102 значения фактора аналогии Рейнольдса увеличиваются практически линейно для всех рассматриваемых значениях формопараметра профиля скорости *Н*=1,2÷3. Дальнейшее увеличение значений аэродинамической кривизны Φ на порядок вплоть до 103 не меняет линейного характера зависимости примерно тех же значений *Н*=1,2÷3,2, но значительно увеличивают абсолютные значения фактора аналогии Рейнольдса: например, *rc* более 150 при *Н*=3,2 и Φ=103.

Дальнейшей анализ указывает на то, что увеличение аэродинамической кривизны ещё на порядок, т.е. до Ф=104, что может быть характерно для очень сильнодиффузорных потоков, практически линейный характер изменения функции полностью сохраняется. Значения фактора аналогии Рейнольдса при очень высокой аэродинамической кривизне потока (Ф=10000) может достигнуть более 1000 при значении формопараметра профиля скорости .

После анализа поведения функции при для широкого диапазона изменения определяющих характеристик, следует проанализировать характер изменения функции при .

Как показывает подробный анализ расчётных данных для относительно небольших значений аэродинамической кривизны потока (Φ= –2÷10), влияние формопараметра профиля скорости на фактор аналогии Рейнольдса довольно незначителен.

При анализе увеличения аэродинамической кривизны потока до относительно высоких значений (Φ=102÷103) было выявлено, что влияние на фактор аналогии Рейнольдса формопараметра профиля скорости значительно возрастает. Особенно это заметно в области относительно невысоких *Н*=2÷4, после чего, при *Н* > 4, влияние формопараметра профиля скорости на фактор аналогии Рейнольдса несколько ослабевает.

Анализ расчёта для очень высоких значений аэродинамической кривизны потока (для Φ=104) показывает, что увеличение формопараметра профиля скорости приводит к повышению фактора аналогии Рейнольдса с меньшей второй производной при *Н* > 4.

Вышеприведённые зависимости функции позволяют получить ответ на вопрос о постоянстве фактора аналогии Рейнольдса в зависимости от аэродинамической кривизны потока и формопараметра профиля скорости.

Анализ распределения постоянных значений фактора аналогии Рейнольдса для относительно небольших значений вышеупомянутых определяющих характеристик (Φ= –2÷10; *Н*=1,1÷3,8). Представленные зависимости имеют характер, близкий к гиперболическим, они не имеют чётко выраженных максимумов и минимумов и не являются замкнутыми.

При увеличении аэродинамической кривизны потока (Φ=10÷1000) характер зависимости изолиний остаётся качественно тем же, но с увеличением определяющих параметров увеличиваются абсолютные значения фактора аналогии Рейнольдса *rc* .

Аналогичный анализ постоянных значений параметра *rc* , но для Φ= –2÷2; *Н*=1,1÷2, показывает, что область, в которой в данной постановке довольно узка.

Для значения формопараметра профиля скорости фактор аналогии Рейнольдса для рассматриваемой области почти автомоделен по отношению к аэродинамической кривизне потока: .

Сопоставление расчётных данных относительно фактора аналогии Рейнольдса *rc* для окрестности точки присоединения в трубах с турбулизаторами по представленной уточнённой теории с расчётом в предположении постоянства турбулентного числа Прандтля PrT показало, что последний даёт значительные погрешности по отношению к первому для сильнодиффузорных потоков, что косвенно отмечалось ещё в [11, 12]. Максимальная погрешность расчёта данного фактора аналогии Рейнольдса в предположении постоянного турбулентного числа Прандтля составляет: ≈3% при *Н*=1,2; ≈10% при *Н*=2; ≈20% при *Н*=4; ≈20% при *Н*=10, причём вышеуказанная погрешность достигается при отрицательных значениях аэродинамической кривизны потока . С увеличением значений аэродинамической кривизны потока Φ погрешность неуклонно, но относительно незначительно, снижается.

Необходимо отметить, что в области присоединения турбулентного пограничного слоя величины аэродинамической кривизны потока и формопараметра профиля скорости достигают довольно больших абсолютных значений, а фактор аналогии Рейнольдса, как показывают вышеприведённые аналитические и численные расчётные данные, очень больших значений — нескольких сотен, а в вырожденных случаях — нескольких тысяч. Вышесказанное свидетельствует о существенной интенсификации теплообмена в области присоединения турбулентного пограничного слоя в трубах с турбулизаторами.

Данная методика расчёта позволяет детерминировать интенсифицированный теплообмен для области присоединения турбулентного пограничного слоя в трубах с турбулизаторами при известных аэродинамической кривизне потока Φ и формопараметре профиля скорости *Н*, коэффициенте трения *cf* , a отношение максимального температурного напора в трубе с турбулизаторами к среднему относительно нетрудно подсчитать по формуле [5, 8, 11, 12]:

 , (25)

где *r*=*R/R0* — безразмерный радиус трубы (*R0* — радиус трубы; *R* — текущее радиальное расстояние от оси трубы); — отношения турбулентного числа Прандтля к молекулярному и турбулентной динамической вязкости к молекулярной соответственно.

Расчёт при помощи формулы (25) позволяет детерминировать интенсифицированный теплообмен для труб с турбулизаторами гораздо точнее, нежели при помощи гипотезы консервативностми полей температур, которая приводит к определению величины как для стабилизированного турбулентного течения в трубе [11, 12].

Данная теория расчёта теплообмена в трубах с турбулизаторами может иметь свои преимущества перед существующими, основанными на многослойных схемах потока [4, 8. 10], на основе интегральных соотношений для турбулентного пограничного слоя [8], на базе решения уравнения баланса турбулентной пульсационной энергии [3], c помощью зональной низкорейнольдсовой модели Ментера [1, 2, 6, 8].

Имеющиеся экспериментальные данные, приведённые в [3, 11, 12], показывают, что уровень интенсификации теплообмена может быть выше примерно от двух до пяти раз по сравнению со стабилизированным турбулентным течением в круглой гладкой трубе.

Естественно, разработанная методика расчёта интенсифицированного теплообмена в окрестности точки присоединения турбулентного пограничного слоя может быть успешно применена не только для течения в канале (внутренняя задача), но и для внешней задачи.

Общий анализ теоретических результатов, полученных в рамках данного исследования, показывает, что в диффузорной области, т.е. при , величина фактора аналогии Рейнольдса больше единицы и резко растёт с ростом диффузорности. Нелишним будет напоминание о том, что при теплообмене на пластине фактор аналогии Рейнольдса равен единице, поэтому он гораздо выше в диффузорном потоке, чем в безградиентном, в основном, из-за снижения коэффициента трения. Вышеупомянутые условия в трубах с турбулизаторами реализуются в окрестностях критических точек — отрыва и присоединения — турбулентного пограничного слоя.

В данном случае имеет место т.н. открытая впадина (классификация [4, 8, 10]), для реализации которой необходимо, чтобы расстояния между турбулизаторами были не менее 6÷8 высот турбулизаторов.

Высокие расчётные значения фактора аналогии Рейнольдса в окрестностях критических точек для труб с турбулизаторами являются ещё одним показателем интенсификации теплообмена в этих условиях и закономерности превалирующего увеличения числа Нуссельта Nu над коэффициентом сопротивления ξ.

Резюмируя, можно сказать, что в окрестности присоединения турбулентного пограничного слоя его специфические особенности, основными из которых являются реализуемый профиль скорости с высокими значениями формопараметра профиля скорости *Н*, очень высокие значения диффузорности потока, обусловливающие большие значения аэродинамической кривизны потока Φ обусловливают существенную интенсификацию теплообмена.

**3. Основные выводы**

В данном исследовании разработана методика теоретического расчётного детерминирования фактора аналогии Рейнольдса для условий окрестности критических точек турбулентного пограничного слоя в трубах с турбулизаторами, отличающаяся от существующих методик расчёта более высоким уровнем теоретической модели, отсутствием дополнительных допущений.

Полученные в исследовании высокие теоретические значения фактора аналогии Рейнольдса в окрестностях точек отрыва и присоединения турбулентного пограничного слоя указывают о правомерности заложенных в вышеуказанную теорию физических представлений о реализуемых процессах течения и теплообмена.

**4. Список использованной литературы**

1. Мигай В.К. Повышение эффективности современных теплообменников. Л.: Энергия. Ленинградское отделение, 1980. 144 с.

2. Мигай В.К. Моделирование теплообменного энергетического оборудования. Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1987. 263 с.

3. Лобанов И.Е. Моделирование теплообмена и сопротивления при турбулентном течении в каналах теплоносителей в условиях интенсификации теплообмена // Труды Третьей Российской национальной конференции по теплообмену. В 8 томах. Т. 6. Интенсификация теплообмена. Радиационный и сложный теплообмен. М.: МЭИ, 2002. С. 140—143.

4. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Моделирование изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена // Теплоэнергетика. 2003. № 1. С. 54—60.

5. Лобанов И.Е. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук. М., 2005. 632 с.

6. Cebeci T., Smith A.M.O. Analysis of turbulent boundary layers. New York: Academic Press, 1974.

7. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергоатомиздат, 1985. 320 с.

8. Земаник К.Л., Дугалл Г.Д. Местный теплообмен за участком резкого расширения круглого канала // Труды американского общества инженеров-механиков. Серия С: Теплопередача. Т.92. № 4. М.: Мир, 1970. С. 54—64.

9. Лобанов И.Е., Мякочин А.С., Низовитин А.А. Моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами на базе уравнения баланса турбулентной пульсационной энергии // Вестник МАИ. 2007. Т. 14. № 4. С. 13—22.

10. Дрейцер Г.А., Исаев С.А., Лобанов И.Е. Расчёт конвективного теплообмена в трубе с периодическими выступами // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Труды XIV Школы-семинара молодых учёных и специалистов под руководством академика РАН А.И.Леонтьева. М.: МЭИ, 2003. T.1. С. 57—60.

11. Дрейцер Г.А., Исаев С.А., Лобанов И.Е. Расчёт конвективного теплообмена в трубе с периодическими выступами // Вестник МАИ. — 2004. — Т. 11. — № 2. — С. 28—35.

12. Дрейцер Г.А., Исаев С.А., Лобанов И.Е. Расчёт конвективного теплообмена в трубе с периодически расположенными поверхностными турбулизаторами потока // Теплофизика высоких температур. 2005. Т. 43. № 2. С. 223—230.

**© И.Е. Лобанов, 2018**

|  |
| --- |
| **АНКЕТА АВТОРА**  |
| Авт.1  | Авт.2  | Авт.3  |
| Фамилия, имя, отчество (полностью) Лобанов Игорь Евгеньевич |
| Уч. Звание, уч. степень Доктор технических наук |
| Место учебы или работы, должность или курс Московский Авиационный Институт, ведущий научный сотрудник |
| Контактный телефон 89055896006 |
| E-mail lloobbaannooff@live.ru |
| Тема статьи Фактор аналогии Рейнольдса для детерминированияинтенсифицированного теплообмена для труб с турбулизаторамив окрестности точки присоединения турбулентного пограничного слоя |
| Количество страниц статьи 11 |
| Раздел / Секция 05.00.00 ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ |
| Адрес автора (Индекс, город, улица, дом, квартира/офис) 127486 Москва Коровинское шоссе, 3—1—144 |